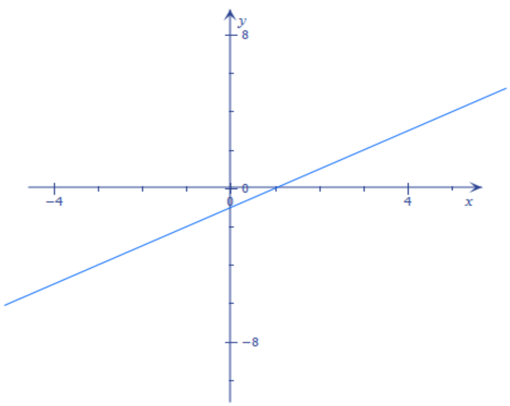
Clamaths.fr
-
Terminale STMG

SOMMAIRE

1 FONCTIONS AFFINES - $f(x) = ax + b$

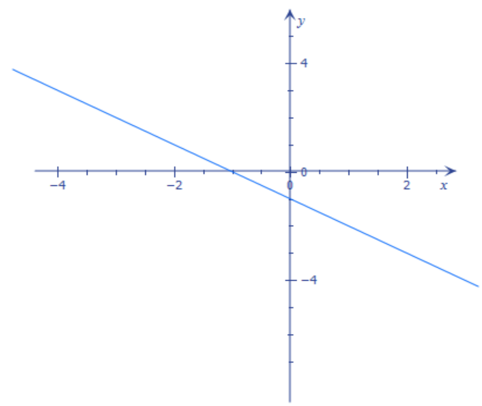
$ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$

<table>
<tr><th>$a > 0$</th><th>$a < 0$</th></tr>
<tr><td>



x		$-\frac{b}{a}$	
$f(x)$	-	0	+

</td><td>



x		$-\frac{b}{a}$	
$f(x)$	+	0	-

</td></tr>
</table>

2 Fonctions polynome de degre 2 - $f(x) = ax^2 + bx + c$

2.1 Resolution de l'equation : $ax^2 + bx + c = 0$

Calcul du discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta < 0$: Aucune racine (pas de solution à l'équation) -> Pas de forme factorisée

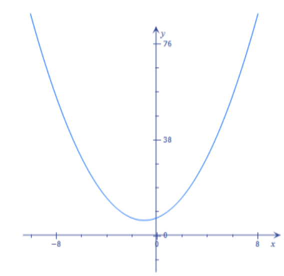
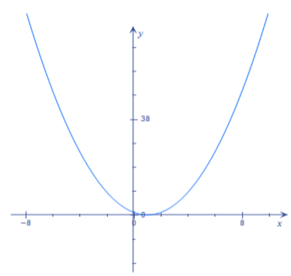
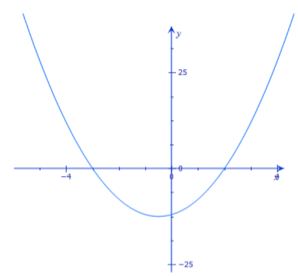
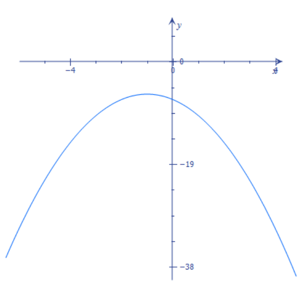
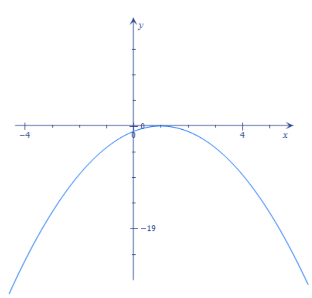
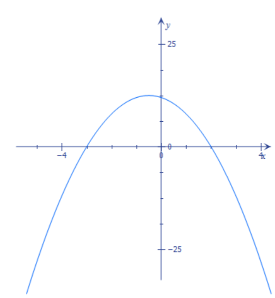
Si $\Delta = 0$: 1 racine (solution de l'équation) : $x_0 = \frac{-b}{2a}$

Forme factorisée : $\boxed{f(x) = a(x - x_0)^2}$

Si $\Delta > 0$: 2 racines (solutions de l'équation) : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Forme factorisée : $\boxed{f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)}$

2.2 Signe de f(x)

<table>
<tr><th></th><th>$\Delta < 0$</th><th>$\Delta = 0$</th><th>$\Delta > 0$</th></tr>
<tr><td>a>0</td>
<td><table><tr><td>x</td><td></td></tr><tr><td>f(x)</td><td>+</td></tr></table></td>
<td><table><tr><td>x</td><td></td><td>x_0</td><td></td></tr><tr><td>f(x)</td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr></table></td>
<td><table><tr><td>x</td><td></td><td>x_1</td><td></td><td>x_2</td><td></td></tr><tr><td>f(x)</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>a<0</td>
<td><table><tr><td>x</td><td></td></tr><tr><td>f(x)</td><td>-</td></tr></table></td>
<td><table><tr><td>x</td><td></td><td>x_0</td><td></td></tr><tr><td>f(x)</td><td>-</td><td>0</td><td>-</td></tr></table></td>
<td><table><tr><td>x</td><td></td><td>x_1</td><td></td><td>x_2</td><td></td></tr><tr><td>f(x)</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table></td></tr>
</table>

3 DERIVEES

3.1 EQUATION DE LA TANGENTE

Si f est dérivable en a alors :

- **$f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisses a**
- L'équation de la tangente au point d'abscisse a est :

$$\boldsymbol{y = f'(a)(x - a) + f(a)}$$

En particulier : si $f'(a) = 0$, alors la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

3.2 UTILITE DE LA DERIVEE

Comme dit précédemment, la dérivée en un point d'abscisse a est le coefficient directeur de la tangente à la courbe en ce point.

Ainsi la dérivée représente la pente de la courbe C_f ce qui se traduit par les propriétés suivantes :

$$\boxed{\begin{array}{c} f'(x) > 0 \text{ sur } I \Leftrightarrow f \text{ est croissante sur } I \\ f'(x) < 0 \text{ sur } I \Leftrightarrow f \text{ est décroissante sur } I \end{array}}$$

3.3 TABLEAU DES DERIVEES (PARTIES GRISEES HORS PROGRAMME)

Fonction	Dérivée
a	0
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{x}}$	$-\frac{k}{x^2}$

Soit f et g 2 fonctions continues et dérivables sur $\mathbb{R}$.

Et k une constante appartenant à $\mathbb{R}$.

Fonction	Dérivée
ku	ku'
$u + v$	$u' + v'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$

4 STATISTIQUES A DEUX VARIABLES

On étudie 2 caractère x et y sur une échantillon de taille k :

$\boldsymbol{x_i}$	x_1	x_2	…	x_{k-1}	x_k
$\boldsymbol{y_i}$	y_1	y_2	…	y_{k-1}	y_k

Point moyen :

Le point moyen $G(x_G ; y_G)$ se calcule en faisant :

$$x_G = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_{k-1} + x_k}{k}$$

$$y_G = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_{k-1} + y_k}{k}$$

Calculatrice :

Obtenir la droite d'ajustement affine de y en fonction de x

1) $Stats \rightarrow Edit \ldots \rightarrow Rentrer\ les\ valeurs\ de\ x_i\ dans\ L_1 et\ de\ y_i\ dans\ L_2$
2) $Stats \rightarrow CALC \rightarrow LinReg(ax+b)\ L_1, L_2$

5 SUITES

5.1 SUITES ARITHMETIQUES ET SUITES GEOMETRIQUES

	$Suites\ Arithmétiques$	$Suites\ Géométriques$
$Forme\ récurrente$	$u_{n+1} = u_n + r$	$u_{n+1} = q \times u_n$
$Forme\ explicite$	$u_n = u_0 + n \times r$ Attention, si u_1 premier terme : $u_n = u_1 + (n-1) \times r$	$u_n = u_0 \times q^n$ Attention, si u_1 premier terme : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$
$Formule\ générale$	$u_n = u_p + (n-p) \times r$	$u_n = u_p \times q^{n-p}$

6 EVOLUTIONS & POURCENTAGES

6.1 TAUX D'EVOLUTION

Pour déterminer le taux d'évolution $\boldsymbol{t}$ d'une valeur départ $\boldsymbol{V_D}$ vers une valeur d'arrivée $\boldsymbol{V_A}$ on utilise dans la majorité des cas la formule :

$$t = 100 \times \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

On peut également retrouver le taux d'évolution grâce au coefficient multiplicateur $\boldsymbol{CM}$:

$$t = 100 \times (CM - 1)$$

Pour calculer la valeur d'arrivée $\boldsymbol{V_A}$ ou la valeur de départ $\boldsymbol{V_D}$ on utilisera plutôt la formule :

$$V_A = V_D \times (1 + \frac{t}{100})$$

6.2 COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

Le coefficient multiplicateur $\boldsymbol{CM}$ entre une valeur initiale $\boldsymbol{V_D}$ et une valeur finale $\boldsymbol{V_A}$ est : $CM = \frac{V_A}{V_D}$

D'autre part on peut calculer le $\boldsymbol{CM}$ à partir du taux dévolution t en faisant : $CM = 1 + \frac{t}{100}$

6.3 TAUX GLOBAL

Pour déterminer le taux globale de plusieurs évolutions successives, il faut d'abord calculer le **coefficient multiplicateur globale $\boldsymbol{CM_g}$** :

$$CM_g = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) \times \ldots \times \left(1 + \frac{t_k}{100}\right)$$

On peut également calculer le **coefficient multiplicateur globale $\boldsymbol{CM_g}$ ou le taux globale $\boldsymbol{t_g}$** directement à partir des valeurs de départ et d'arrivée grâce aux formules classiques

($t = 100 \times \frac{V_A - V_D}{V_D}$ ou encore $CM = \frac{V_A}{V_D}$)

6.4 TAUX MOYEN

Une fois que l'on connaît le taux global on peut calculer le **taux moyen $\boldsymbol{t_M}$ de $\boldsymbol{n}$ évolutions** grâce à la formule : $1 + \frac{t_M}{100} = \left(1 + \frac{t_g}{100}\right)^{\frac{1}{n}}$

Ou directement : $t_M = \left[\left(1 + \frac{t_g}{100}\right)^{\frac{1}{n}} - 1\right] \times 100$

7 PROBABILITE

7.1 RAPPELS

Soit A et B deux évènements de l'univers Ω

$p(A) = \frac{nombre\ d'issues\ de\ A}{nombre\ d'issues\ total}$	$0 \leq p(A) \leq 1$
$p(A) = 1 - p(\bar{A})$	$p(AUB) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Soit X une variable aléatoire avec $X \in \{x_1 ; x_2 ; \dots ; x_k\}$

Donner la loi de probabilité de X c'est associer à chaque issue de X sa probabilité :

x_i	x_1	x_2	…	x_k
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	…	p_k

Espérance de X :

$$E(X) = x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \cdots + x_k \times p_k$$

7.2 LOI BINOMIALE

Rédaction type

L'expérience consiste à répéter … fois de manière identique et indépendante une même épreuve de Bernoulli de succès : « ….. » et de paramètre $p = \cdots$, soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de succès. $X \rightsquigarrow B(\dots, \dots)$

Calculatrice

Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètre $B(n, p)$

	$p(X = k)$	$p(X \leq k)$
TI	$\boxed{2^{nde}}$ -> $\boxed{var}$ -> $\boldsymbol{BinomFdp(n, p, k)}$ Ou « Binompdf »	$\boxed{2^{nde}}$ -> $\boxed{var}$ -> $\boldsymbol{BinomFrép(n, p, k)}$ Ou « Binomcdf »
Casio	OPTN -> STAT –> DIST -> BINM -> $\boldsymbol{Bpd(k, n, p)}$	OPTN -> STAT –> DIST -> BINM -> $\boldsymbol{Bcd(k, n, p)}$
Lien	http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/lycee2010/calculatrices/loi_binomiale_et_calculatrice.pdf	

7.3 PROBABILITES CONDITIONNELLES

Soit A et B deux évènements tels que $p(A) \neq 0$ et $p(B) \neq 0$

Formules de probabilités conditionnelles :

$$p(A \cap B) = P(A) \times p_A(B) = p(B) \times p_B(A).$$

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

Formule des probabilités totales :

Soit $A_1, A_2, \ldots, A_k$ des évènements formant une partition de l'univers Ω et B un évènement de Ω.

On a :

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A_1 \cap B) + p(A_2 \cap B) + \cdots + p(A_k \cap B) \\ &= p(A_1) \times p_{A_1}(B) + p(A_2) \times p_{A_2}(B) + \cdots + p(A_k) \times p_{A_k}(B) \end{aligned}$$

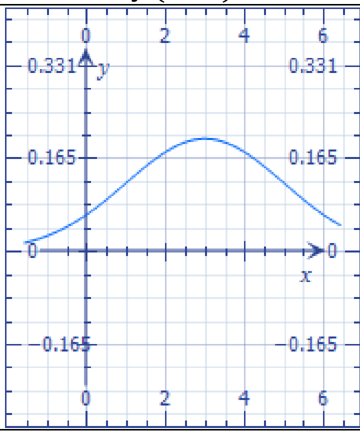
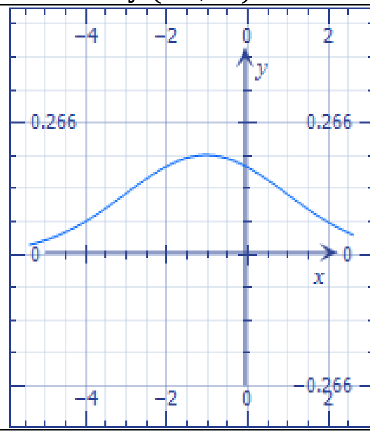
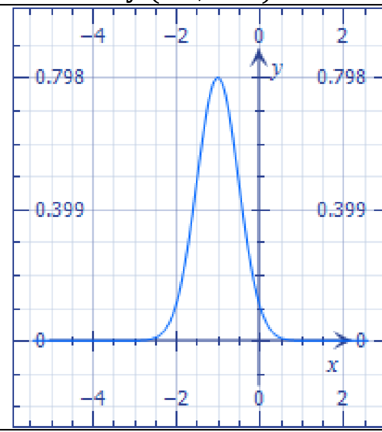
Cas particulier :

$$\boxed{\begin{aligned} p(B) &= p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B) \\ &= p(A) \times p_A(B) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B) \end{aligned}}$$

8 Lois continues & Echantillonnage

8.1 Loi normale d'esperance μ et d'ecart type σ

Exemple de lois normales :

$\mathcal{N}(3, 2^2)$	$\mathcal{N}(-1, 2^2)$	$\mathcal{N}(-1, 0.5^2)$
		

Propriétés :

- $p(a \leq X \leq b) = p(X \leq b) - p(X \leq a)$
- $p(X \geq a) = 1 - p(X \leq a)$
- $p(X \leq \mu) = p(X \geq \mu) = 0,5$

Critères de normalités :

- $p(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \simeq 0.954$

Calculatrice - Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$:

	Calcul de $p(a \leq X \leq b)$	Calcul de $p(X \leq a)$	Calcul de $p(X \geq a)$
TI	2nde -> var -> $\boldsymbol{NormalFrép(a, b, \mu, \sigma)}$	2nde -> var -> $\boldsymbol{NormalFrép(-10^{99}, a, \mu, \sigma)}$	2nde -> var -> $\boldsymbol{NormalFrép(a, 10^{99}, \mu, \sigma)}$
Casio	Menu -> STAT -> DIST -> NORM -> $\boldsymbol{Ncd(a, b, \sigma, \mu)}$	Menu -> STAT -> DIST -> NORM -> $\boldsymbol{Ncd(-10^{99}, b, \sigma, \mu)}$	Menu -> STAT -> DIST -> NORM -> $\boldsymbol{Ncd(a, -10^{99}, \sigma, \mu)}$
Liens	**TI :** http://www.irem.univ-mrs.fr/IMG/pdf/loi_normale_et_calculatrice_V4-2.pdf		**Casio :** http://www.casio-education.fr/calculatrice_casio_documents/exercices/graph35_Plus/Loi-normale.pdf

8.2 INTERVALLE DE FLUCTUATION – ESTIMATION

Contexte de l'étude :

On étudie un caractère présent dans une population et on prélève au hasard un échantillon de la population.

$p =$ proportion du caractère dans la population

$n =$ taille de l'échantillon

$f =$ la fréquence du caractère dans l'échantillon

$$= \frac{nombre\ de\ personnes\ présentant\ le\ caractère}{taille\ de\ l'échantillon}$$

Intervalle de fluctuation (on connaît p) :

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% est :

$$\boldsymbol{I_n = [p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}]}$$

Cela signifie que sur un échantillon de taille n, la fréquence f de l'échantillon a 95% de chances de se trouver dans cet intervalle.

Prise de décision :

Pour un échantillon donné de taille n :

- Si $f \in I_n$, alors on accepte l'hypothèse selon laquelle l'échantillon est compatible, avec un risque d'erreur de 5%
- Si $f \notin I_n$, alors on rejette l'hypothèse selon laquelle l'échantillon est compatible, avec un risque d'erreur de 5%
-

Intervalle de confiance (on ne connaît pas p) :

Lorsque $\boldsymbol{n \geq 30, n \times f \geq 5}$ et $\boldsymbol{n \times (1 - f) \geq 5}$

L'intervalle de confiance de la proportion $\boldsymbol{p}$ de la population au seuil de 95% est :

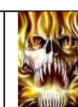
$$\boldsymbol{I = [f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}]}$$

9 RAPPELS SUR QUELQUES REGLES DE CALCUL (NIVEAU COLLEGE !)

Les Evidences de l'associativité (mais il faut penser à l'utiliser !) :

$a+b=b+a$	$a\times b=b\times a$
$a+b+c=c+b+a=b+c+a$	$a\times b\times c=b\times c\times a=c\times a\times b$
$A=B\Leftrightarrow B=A$	$A\leq B\Leftrightarrow B\geq A$

Règles basiques de calculs :

$a=\frac{a}{1}$	$\frac{a}{a}=1$	$\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$	
$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$	$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$	$a\times\frac{b}{c}=\frac{a}{c}\times b=\frac{a\times b}{c}$	
	$\frac{k\times a+b}{k\times c}\neq\frac{a+b}{c}$	On ne barre pas les k dans ce cas là !!!	
$\frac{\mathrm{k}\times a}{\mathrm{k}\times b}=\frac{\cancel{k}\times a}{\cancel{k}\times b}=\frac{a}{b}$	$\frac{\cancel{k}\times(a+b)}{\cancel{k}\times c}=\frac{a+b}{c}$	Ici par contre on peux les barrer !	

La double fraction :

$\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$	$\dfrac{\frac{a}{b}}{c}=\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{1}}=\frac{a}{b}\times\frac{1}{c}$	$\dfrac{a}{\frac{b}{c}}=\dfrac{\frac{a}{1}}{\frac{b}{c}}=a\times\frac{c}{b}$

Attention aux signes :	$-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}\neq\frac{-a}{-b}$	$-(a\times b)=(-a)\times b=a\times(-b)\neq(-a)\times(-b)$

Exemples de Factorisations :	$k\times a+k\times b=k(a+b)$	$k\times a+k\times b+k\times c=k(a+b+c)$

	$k \times a - b \times k \times c = k(a - b \times c)$
	$-3ka^2 + 8k(a+b) - 2k^2c + k = k[-3a^2 + 8(a+b) - 2kc + 1]$

Distributivité :	$k(a+b) = k \times a + k \times b$		
	$-(a+b) = -a - b$	$-(a-b) = -a + b$	$-(-a-b) = a + b$

Transformer une expression :	$-a + b = -(a-b)$	$\frac{-a-b}{-c} = \frac{a+b}{c}$	$\frac{-a+b}{-c} = \frac{a-b}{c}$

Puissances :	$a^0 = 1$	$a^1 = a$	$a^n \times a^m = a^{n+m}$
	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$(a^n)^m = a^{nm}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$(ab)^n = a^n \times b^n$	$a \times b^n \neq (a \times b)^n$	 ATTENTION !!!

Un nombre négatif élevé à une puissance paire est positif !

Exemples : $(-3)^{24} = 3^{24}$

Un nombre négatif élevé à une puissance paire est positif !

Exemples : $(-3)^{25} = -3^{25}$

Racines carrées :	$\sqrt{x \times y} = \sqrt{x} \times \sqrt{y}$	$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$
	$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}$ ATTENTION !!!	$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

Identités remarquables :	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Règle fondamentale sur les inéquations : Multiplier ou diviser les 2 membres d'une inéquation par un nombre négatif change le sens de l'inégalité.

Exemple : $x \leq y \Leftrightarrow -3x \geq -3y$